

뉴턴의 사과 실험 Pre-lab

뉴턴역학과 중력

공과대학 컴퓨터공학부 2020-00000 윤교준

1. 실험 목적

지표면 위의 물체가 아래로 떨어지는 현상은 우리에게 너무나 자연스럽게 느껴진다. 본 실험을 통하여 중력이 가지고 있는 기본적인 규칙을 알아본다. 중력과 부력, 마찰력이 복합적으로 작용하는 물체의 낙하 운동은 등가속도 운동임을 실험적으로 확인하며, 이상적인 환경에서 오직 지구와의 중력만을 고려한다면 자유낙하하는 물체의 가속도는 그 질량과 관계없이 항상 일정한 값을 가짐을 알아본다.

2. 배경 지식

2-1. 뉴턴의 제2법칙

뉴턴의 운동법칙은 고전역학에서 물체의 운동을 다루는 세 가지 법칙이다. 각각은 관성과 가속도, 작용·반작용에 대하여 다루며, 이번 실험에서는 물체의 가속도에 관한 법칙인 제2법칙을 주로 이용한다.

뉴턴의 제2법칙은 물체에 가해지는 알짜 힘은 그 물체의 질량과 가속도의 곱과 같음을 이야기하며, 이를 식으로는 $\vec{F}_{\text{net}} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\vec{a}$ 와 같이 쓸 수 있다.

만일 질량 m 인 물체에 가해지는 힘 \vec{F} 가 일정하다면, 뉴턴의 제2법칙에 의하여 $\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}$ 이므로 가속도 \vec{a} 가 일정하며, 시간 t 에서 속도 $v(t) = v_0 + \int_0^t a \, d\tau = v_0 + at$ 과, 시간 t 까지 이동한 거리 $s(t) = \int_0^t v(\tau) \, d\tau = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ 을 알 수 있다.

2-2. 만유인력의 법칙

만유인력의 법칙은 모든 질량을 가진 물체들 사이에는 서로 잡아당기는 방향으로 중력이 작용하며 그 크기는 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 라는 법칙이다. 여기서 G 는 중력 상수, m_1 과 m_2 는 두 물체의 질량, r 은 두 물체 간의 거리를 의미한다.

만유인력의 법칙을 지구와 지표면 상의 물체에 적용하자. 지구의 질량과 반지름을 각각 M 과 R , 지표면 상의 물체의 질량을 m 라고 하면, 둘 사이에 작용하는 중력의 크기는 $F = G \frac{Mm}{r^2} \approx \left(\frac{GM}{R^2}\right)m$ 이다. $r \approx R$ 의 근사가 사용되었고, 고로 지구와 지구 위의 물체 간의 중력의 크기는 그 물체의 질량 m 과 비례하며, 오직 질량 m 에만 의존적임을 알 수 있다.

지구가 반지름 R 의 구형이며, 물체와 지구 간의 거리를 R 로 근사하는 등, 많은 이상적인 가정이 적용되었지만, 진행할 이번 낙하실험에서는 중력의 크기가 일정하리라고 충분히 생각할 수 있다. 낙하 과정에서 물체에 일정한 힘이 가해지므로, 뉴턴의 제2법칙에 의하여 물체의 가속도 $a = \frac{F}{m} \approx \frac{\left(\frac{GM}{R^2}\right)m}{m} = \frac{GM}{R^2} = g$ 는 물체와 관계없이 항상 일정한 값을 가질 것이다. 여기서 g 는 중력 가속도를 의미하며, 이 실험에서는 이 값을 측정하여 볼 것이다.

2-3. 아르키메데스의 원리

아르키메데스의 원리는 유체 내의 물체가 유체에 잠긴 부피에 해당하는 유체의 무게만큼 힘을

받는다. 이때 작용하는 힘을 부력이라고 하며, 부력의 방향은 중력 방향의 반대다.

중력 가속도가 g 일 때, 지구 지표면 위의 물체가 밀도 ρ 의 유체에 부피 V 만큼 잠겼을 때 물체에 작용하는 부력의 크기는 $B = \rho Vg$ 다. 수조 안의 유체에 물체를 넣으면, 물체가 잠기는 부피 V 만큼 유체가 밀려, 유체 표면이 높아진다. 여기서 기압에 의하여 유체는 ρVg 만큼의 힘을 물체에 가하며, 물체가 평형 상태를 유지하기 때문에 이는 곧 부력 B 가 된다.

2-4. 마찰력과 공기저항

마찰력이란 하나의 물체가 운동할 때 다른 물체와의 접촉면에서 운동을 방해하는 힘이다. 만일 물체가 공기 중에서 저속으로 떨어지고 있다면, 공기의 점성에 의하여 마찰저항이 발생하며 이를 공기저항이라고 한다.

본 실험에서는 물체에 각각 공기와 헬륨을 넣은 풍선을 달아 낙하하는 실험을 진행한다. 이때 부력에 의한 낙하운동을 정확하게 관찰하기 위해서는, 두 풍선의 크기와 모양을 동일하게 하여 풍선에 의한 공기저항을 동일하게 하는 것이 중요하다.

3. 실험 방법

세 종류의 실험을 진행하며, 각각 ①하나의 물체에 대하여 중력 가속도를 구하고, ②질량에 따라 중력 가속도가 달라지는지 알아보며, ③낙하시 부력이 작용할 때의 낙하 운동의 변화에 대하여 관찰하는 것이 목표다.

3-1. 낙하 운동 분석

본 세부절에서는 물체의 낙하 운동을 분석하는 방법에 대하여 서술한다.

먼저 카메라를 컴퓨터에 연결한 후 I-CA 프로그램을 실행하여 연결에 문제가 없는지 확인한다.

이후 낙하 운동을 촬영하기 위하여 카메라를 세팅한다. 카메라 렌즈로 인한 왜곡을 줄이고 더 정확한 측정값을 얻기 위하여, 카메라의 수직·수평을 최대한 정확하게 맞춘다. 카메라의 촬영평면은 물체의 낙하면과 일치하도록 조정한다. 카메라의 수직과 수평을 완전히 정확하게 맞출 수 없어도, 추후에 좌표계의 비틀어짐을 세밀하게 보정할 수 있다.

움직이는 물체를 선명하게 촬영하기 위하여, 카메라의 밝기, 노출, 초점 조정 등을 모두 자동이 아닌 수동으로 설정한다. 자동으로 설정할 경우, 피사체가 움직이기 때문에 카메라의 촬영 설정이 의도치 않게 바뀌기에, 촬영결과물이 충분히 선명하지 않을 수 있다. 카메라의 확대 기능 또한 많이 사용하지 않아야 한다.

낙하 운동을 촬영할 때에는 반드시 운동면 기준자가 같이 나오도록 하여야 한다. 이는 영상 상에서 좌표계를 설정하고 길이를 측정하는데 기준이 된다.

위와 같은 세팅을 전부 완료하였다면, 떨어지는 물체 촬영을 진행한다. ‘카메라분석 - 화면캡처’에서 저장 경로 지정 이후, 영상을 촬영할 수 있다.

촬영한 영상은 I-CA 프로그램에서 그 운동을 분석할 수 있다. ‘메뉴/분석’에서 영상을 읽어 들인 후, ‘카메라분석 - 좌표계설정’에서 영상 속 기준자의 눈금을 이용하여 기준길이와 좌표계를 설정한다. ‘카메라분석 - 분석’에서 시작 프레임과 끝 프레임을 지정하면, 지정된 구간에서 물체의 운동을 분석할 수 있다. 분석 대상은 색상으로써 지정할 수 있으며, 혹여 프로그램이 분석 대상을 자동으로 찾지 못한다면 수동으로

직접 지정할 수 있다.

I-CA 프로그램으로 영상 분석을 하였다면, Excel을 이용하여 데이터를 검증하는 작업을 진행한다. 영상 촬영과 데이터 검증을 번갈아 시행하여, 오류 없이 실험이 잘 진행되고 있는지 확인하도록 한다. 또한 같은 실험 과정을 충분히 많이 반복하여, 사람에 의하여 발생하는 오류를 줄이도록 한다.

3-2. 실험 ① 중력 가속도 측정

실험 ①에서는 하나의 물체를 낙하하여 중력 가속도를 측정한다. 한 개의 추를 카메라에 담을 수 있는 적당한 높이에서 자유낙하 시킨다. '3-1. 낙하 운동 분석'에 서술된 과정을 따라 낙하하는 추를 촬영한 후, 시간에 따른 추의 위치를 데이터화한다.

시간 t 동안 추가 낙하한 거리를 $s(t)$ 라 하자. 가속도 a 가 일정하다면, 뉴턴의 제2법칙에 의하여 $s(t) = \frac{1}{2}at^2$ 가 성립한다. $v(t) = at$ 이므로, $v(t) = \frac{d}{dt}s(t) \approx \frac{\Delta s}{\Delta t}$ 을 이용하여 시간-속도 그래프가 선형 형태를 가지는지 확인한다. 이후, $a(t) = \frac{d}{dt}v(t) \approx \frac{\Delta v}{\Delta t}$ 을 이용하여 가속도가 상수 값을 가지는지 확인한다. 이론 상, 가속도는 시간 t 와 독립적인 상수 값을 가져야 하며, 이 값이 중력 가속도가 된다.

3-3. 실험 ② 질량에 따른 중력 가속도 변화 관찰

실험 ②에서는 중력 가속도가 낙하 물체의 질량과 관계가 있는지 그 여부를 확인한다. 실험 ①과 동일한 과정을 한 번 더 진행하되, 낙하 추의 무게를 다른 것을 이용한다.

배경 지식의 '만유인력의 법칙'에서 언급했듯이, 이론적으로는 추의 무게와 중력 가속도는

관련이 없다. 고로 중력 가속도를 상수 g 와 같은 형태로 사용할 수 있다.

3-4. 실험 ③ 부력이 작용하는 낙하 운동 관찰

실험 ③에서는 부력이 작용할 때 중력 가속도가 어떻게 변화하는지를 관찰한다. 1m 플라스틱 자에 실로 각각 공기가 들어있는 풍선과 헬륨이 들어있는 풍선을 연결하여, '3-1. 낙하 운동 분석'의 과정을 시행한다.

풍선이 매달린 물체를 낙하한다면, 이 물체에는 중력과 더불어 부력과 공기저항이 같이 작용한다. 물체와 풍선의 질량을 각각 m , m_{bln} , 공기와 풍선에 넣은 기체의 밀도를 각각 ρ , ρ_{bln} , 풍선의 부피를 V , 낙하 시 공기와의 마찰력을 F_{fric} 라 하자. 중력과 부력, 공기저항을 고려할 때, 이 물체에 작용하는 힘은 $F = (m + m_{\text{bln}} + \rho_{\text{bln}}V)g - \rho Vg - F_{\text{fric}} = (m + m_{\text{bln}})g - (\rho - \rho_{\text{bln}})Vg - F_{\text{fric}}$ 다. F_{fric} 의 값을 정확하게 알지 못하기 때문에, 크기와 모양이 똑같으나 내부 기체의 밀도가 다른 두 풍선을 이용하여 실험을 진행한다.

공기가 들어있는 풍선으로 낙하 실험을 하였다면, $\rho_{\text{bln}} = \rho$ 이므로 마찰력 F_{fric} 을 알 수 있다. 이후, 헬륨 풍선으로 동일한 실험을 진행하여 물체의 가속도가 $a = \frac{F}{m_{\text{tot}}} < g$ 로 나오는지 확인한다.

4. 실험 장비

3절에 서술한 세 종류의 실험을 진행하기 위해서는 다음과 같은 장비가 필요하다. 카메라 및 I-CA 프로그램이 설치된 컴퓨터 1대, 50g과 200g 추 각각 한 개, 1m 플라스틱 자 한 개, 가늘고 튼튼한 실, 칼 한 개, 투명 셀로판 테이

프 한 개, 공기를 넣은 풍선 한 개와 헬륨을 넣은 풍선 한 개가 필요하다.

무게가 다른 두 개의 추는 3절의 실험 ①과 실험 ②에서 사용한다. 추를 자유낙하할 때 안전과 주변 기기의 파손에 주의하여야 한다.

실험 ③에는 플라스틱 자와 실, 두 개의 풍선과 테이프를 모두 사용한다. 두 풍선의 크기와 모양은 최대한 비슷하여야 한다. 자에 실과 테이프를 이용하여 공기 풍선과 헬륨 풍선을 연결할 때, (i) 실과 테이프의 무게가 비슷하여야 하고, (ii) 너무 많은 실과 테이프를 사용하여 그 무게가 너무 무거우면 안된다.